MAAS / CLASS 11 / MATHEMATICS

08

# Straight Lines

## सरल रेखाएँ

Coordinates, equations and distances

**6 concepts**
छह मुख्य अवधारणाएँ

**6 worked examples**
छह हल किए उदाहरण

**12 practice questions**
बारह अभ्यास प्रश्न

### Learning targets / सीखने के लक्ष्य

- Move between geometric data and line equations.
- Use slopes and determinants appropriately.
- Calculate distances and geometric loci.

Before you start: Algebra, Pythagoras and basic trigonometry.

### Concept map & question links / अवधारणा मानचित्र

| Concept | Learn + explain / अवधारणा | Practice |
|---|---|---|
| **C1** p. 2 | Locate points precisely<br>बिंदु और दूरी | Q01, Q02, Q03 |
| **C2** p. 2 | Slope expresses direction<br>ढाल से दिशा | Q04, Q05 |
| **C3** p. 3 | Choose a useful equation form<br>रेखा का उचित रूप | Q06 |
| **C4** p. 3 | Intersect and compare angles<br>प्रतिच्छेद और कोण | Q07, Q08 |
| **C5** p. 4 | Measure perpendicular distance<br>लंबवत दूरी | Q09, Q10 |
| **C6** p. 4 | Describe a family or locus<br>रेखा-परिवार और बिंदुपथ | Q11, Q12 |

Read C1-C6 → attempt Q01-Q12 → check solutions → complete the extension.

पहले अवधारणा पढ़ें, फिर बिना हल देखे प्रश्न करें। गलती होने पर प्रश्न के C-कोड से संबंधित पाठ दोबारा पढ़ें।

Green panels: key formulas and conditions. Amber panels: common errors. Each lesson has an English explanation, a Hindi explanation and a worked example.

LEARN • समझें

# Concepts 1 & 2

C1 / KEY CONCEPT

## Locate points precisely / बिंदु और दूरी

The distance formula follows from Pythagoras. The midpoint averages corresponding coordinates. For internal division, the point dividing AB in ratio m:n lies closer to A when m is small; the coordinate weights are reversed relative to the endpoint names.

दो बिंदुओं की दूरी पाइथागोरस से मिलती है। मध्यबिंदु में संगत निर्देशांकों का औसत लेते हैं। उदाहरण में निर्देशांकों का अंतर 6 और 8 है, इसलिए दूरी 10 और मध्यबिंदु (1,5) है।

**$AB = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$; midpoint $= ((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$.**

WORKED EXAMPLE 1 / हल किया उदाहरण

Find the midpoint and length of A(-2,1), B(4,9).

Solution: Midpoint is (1,5). The coordinate differences are 6 and 8, so AB = √100 = 10.

WATCH OUT: Keep the same subtraction order in each coordinate difference.

---

C2 / KEY CONCEPT

## Slope expresses direction / ढाल से दिशा

For a nonvertical line, slope is vertical change divided by horizontal change. Parallel nonvertical lines have equal slopes; perpendicular nonvertical lines have slopes whose product is -1. Vertical lines have no finite slope and are perpendicular to horizontal lines.

ढाल ऊर्ध्वाधर परिवर्तन को क्षैतिज परिवर्तन से भाग देने पर मिलती है। समानांतर रेखाओं की ढाल समान होती है। उदाहरण में दी गई रेखा की ढाल 3 है, इसलिए (2,-1) से गुजरने वाली समानांतर रेखा y = 3x - 7 है।

**$m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$, when $x_2 \neq x_1$.**

WORKED EXAMPLE 2 / हल किया उदाहरण

Find a line through (2,-1) parallel to 3x - y + 7 = 0.

Solution: The given line has slope 3. Use y + 1 = 3(x - 2), giving y = 3x - 7.

WATCH OUT: Do not assign slope zero to a vertical line.

---

LEARN • समझें

# Concepts 3 & 4

C3 / KEY CONCEPT

## Choose a useful equation form / रेखा का उचित रूप

Point-slope form works when one point and direction are known. Two-point form follows by calculating the slope. Intercept form is convenient when both nonzero axis intercepts are given. The general form Ax + By + C = 0 also includes vertical lines.

> एक बिंदु और ढाल मिले तो बिंदु-ढाल रूप उपयोग करें। दोनों अक्ष-अंतःखंड मिले तो अंतःखंड रूप सुविधाजनक है। उदाहरण में x-अंतःखंड 6 और y-अंतःखंड -4 से x/6 - y/4 = 1 मिलता है।

**$y - y_1 = m(x - x_1)$; $x/a + y/b = 1$ for nonzero intercepts a,b.**

WORKED EXAMPLE 3 / हल किया उदाहरण

Write the line with x-intercept 6 and y-intercept -4.

Solution: x/6 + y/(-4) = 1. Multiplying by 12 gives 2x - 3y = 12. Substituting the two intercepts verifies the result.

WATCH OUT: Intercept form is unsuitable for a line passing through the origin.

---

C4 / KEY CONCEPT

## Intersect and compare angles / प्रतिच्छेद और कोण

Solve two line equations simultaneously to find an intersection. If coefficients of x and y are proportional, the lines are parallel or coincident. The angle formula gives the acute angle between two nonvertical lines unless the denominator is zero, which indicates perpendicular lines.

> दो रेखाओं का प्रतिच्छेद उनके दोनों समीकरणों को एक साथ हल करके मिलता है। उदाहरण में समीकरण जोड़ने से 3x = 12, फिर x = 4 और y = 3 मिलता है। ढालों से कोण निकालते समय लंबवत स्थिति अलग पहचानें।

**$\tan\theta = |(m_2 - m_1)/(1 + m_1m_2)|$.**

WORKED EXAMPLE 4 / हल किया उदाहरण

Find the intersection of x + y = 7 and 2x - y = 5.

Solution: Adding the equations gives 3x = 12, so x = 4. Then y = 3. The intersection is (4,3).

WATCH OUT: A zero determinant may mean coincidence, not just distinct parallel lines.

---

LEARN • समझें

# Concepts 5 & 6

C5 / KEY CONCEPT

## Measure perpendicular distance / लंबवत दूरी

The shortest distance from a point to a line is along a perpendicular. The absolute value in the formula makes the distance nonnegative. For two parallel lines, first give the x and y coefficients exactly the same values before comparing constants.

> बिंदु से रेखा तक सबसे छोटी दूरी लंबवत होती है। दूरी-सूत्र में निरपेक्ष मान उत्तर को गैर-ऋणात्मक रखता है। उदाहरण में अंश 10 और हर 5 है, इसलिए दूरी 2 है। समानांतर रेखाओं के गुणांक पहले समान करें।

**$d((x_0,y_0), Ax + By + C = 0) = |Ax_0 + By_0 + C|/\sqrt{(A^2 + B^2)}$.**

WORKED EXAMPLE 5 / हल किया उदाहरण

Find the distance of (1,2) from $3x + 4y - 21 = 0$.

Solution: The numerator is $|3 + 8 - 21| = 10$ and denominator is 5, so the distance is 2.

WATCH OUT: Multiplying the whole line equation by a nonzero constant does not change the distance.

---

C6 / KEY CONCEPT

## Describe a family or locus / रेखा-परिवार और बिंदुपथ

A locus translates a geometric condition into an equation. The family $L_1 + \lambda L_2 = 0$ passes through the intersection of two intersecting lines, with the line $L_2 = 0$ considered separately if needed. Area determinants give a slope-free test for collinearity.

> बिंदुपथ में ज्यामितीय शर्त को समीकरण में बदलें। उदाहरण में (0,0) और (6,0) से समान दूरी होने पर दोनों वर्गित दूरियाँ बराबर रखें। सरल करने पर $x = 3$ मिलता है, जो लंब समद्विभाजक है।

**Triangle area $= |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|/2$.**

WORKED EXAMPLE 6 / हल किया उदाहरण

Find the locus of points equidistant from A(0,0) and B(6,0).

Solution: Equate squared distances: $x^2 + y^2 = (x - 6)^2 + y^2$. Simplify to $12x = 36$, so $x = 3$, the perpendicular bisector.

WATCH OUT: A locus answer should be checked against the original geometric condition.

---

PRACTISE • अभ्यास करें

# Practice A

Show your method. Concept codes point to the relevant lesson. Solutions begin on page 7.

केवल उत्तर नहीं, विधि भी लिखें। आवश्यकता हो तो संबंधित C-कोड वाला पाठ देखें।

**Q01 • C1**
Find the distance between (1,-2) and (7,6).
(1,-2) और (7,6) के बीच दूरी ज्ञात कीजिए।

**Q02 • C1**
Find the midpoint of (-5,3) and (7,-1).
(-5,3) और (7,-1) का मध्यबिंदु ज्ञात कीजिए।

**Q03 • C1**
Find the point dividing A(0,2), B(9,8) internally in ratio AP:PB = 1:2.
A(0,2), B(9,8) को AP:PB = 1:2 में आंतरिक रूप से बाँटने वाला P ज्ञात कीजिए।

**Q04 • C2**
Find the slope through (-1,4) and (3,-4).
(-1,4) और (3,-4) से गुजरने वाली रेखा की ढाल निकालिए।

**Q05 • C2**
Find the line through (3,2) perpendicular to y = 2x + 5.
(3,2) से गुजरने वाली तथा y = 2x + 5 पर लंबवत रेखा ज्ञात कीजिए।

**Q06 • C3**
Write the line through (0,5) and (10,0).
(0,5) और (10,0) से गुजरने वाली रेखा लिखिए।

PRACTISE • अभ्यास करें

# Practice B

Show your method. Concept codes point to the relevant lesson. Solutions begin on page 7.

केवल उत्तर नहीं, विधि भी लिखें। आवश्यकता हो तो संबंधित C-कोड वाला पाठ देखें।

**Q07 • C4**

Find the intersection of 3x + y = 11 and x - y = 1.

3x + y = 11 और x - y = 1 का प्रतिच्छेद निकालिए।

**Q08 • C4**

Find the acute angle between slopes 1 and 0.

1 और 0 ढालों वाली रेखाओं का न्यून कोण निकालिए।

**Q09 • C5**

Find the distance of (2,-1) from 5x + 12y - 24 = 0.

(2,-1) की 5x + 12y - 24 = 0 से दूरी निकालिए।

**Q10 • C5**

Find the distance between 3x + 4y - 5 = 0 and 3x + 4y + 10 = 0.

3x + 4y - 5 = 0 और 3x + 4y + 10 = 0 के बीच दूरी निकालिए।

**Q11 • C6**

Find the area of the triangle (0,0),(6,0),(2,5).

(0,0),(6,0),(2,5) से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालिए।

**Q12 • C6**

Find the line through the intersection of x + y = 4 and x - y = 2, also passing through (0,0).

x + y = 4 और x - y = 2 के प्रतिच्छेद तथा (0,0) से गुजरने वाली रेखा निकालिए।

CHECK • हल जाँचें

# Solutions A

Compare the method as well as the final answer. For Hindi concept explanations, use the C-code.

उत्तर के साथ तरीका भी मिलाएँ। हिंदी में तर्क समझने के लिए संबंधित अवधारणा पढ़ें।

**Q01 / C1 • Locate points precisely**

$\sqrt{(6^2 + 8^2)} = 10$.

निर्देशांकों के अंतर 6 और 8 हैं। दूरी $\sqrt{(36 + 64)} = 10$ है।

**Q02 / C1 • Locate points precisely**

((2)/2,(2)/2) = (1,1).

दोनों निर्देशांकों के औसत लेने पर (1,1) मिलता है।

**Q03 / C1 • Locate points precisely**

(2A + B)/3 = (3,4).

अनुपात 1:2 होने से P = (2A + B)/3 = (3,4) है।

**Q04 / C2 • Slope expresses direction**

(-4 - 4)/(3 + 1) = -2.

ढाल (-4 - 4)/(3 - (-1)) = -2 है।

**Q05 / C2 • Slope expresses direction**

Slope -1/2: y - 2 = -(x - 3)/2, so x + 2y - 7 = 0.

लंबवत ढाल -1/2 है। बिंदु-ढाल रूप से x + 2y - 7 = 0 मिलता है।

**Q06 / C3 • Choose a useful equation form**

x/10 + y/5 = 1, giving x + 2y = 10.

अंतःखंड रूप x/10 + y/5 = 1 है। अतः x + 2y = 10 है।

Correct? Explain why the method works. Incorrect? Mark the first step that changed the answer.

सही होने पर कारण समझाएँ। गलत होने पर पहली गलत क्रिया पहचानें और दोबारा हल करें।

CHECK • हल जाँचें

# Solutions B

Compare the method as well as the final answer. For Hindi concept explanations, use the C-code.

उत्तर के साथ तरीका भी मिलाएँ। हिंदी में तर्क समझने के लिए संबंधित अवधारणा पढ़ें।

**Q07 / C4 • Intersect and compare angles**

4x = 12, so x = 3,y = 2.

समीकरण जोड़ने पर 4x = 12 है। इसलिए प्रतिच्छेद (3,2) है।

**Q08 / C4 • Intersect and compare angles**

tan θ = 1, hence θ = 45°.

कोण-सूत्र से tan θ = 1 है। न्यून कोण 45° है।

**Q09 / C5 • Measure perpendicular distance**

|10 - 12 - 24|/13 = 2.

दूरी |10 - 12 - 24|/13 = 2 है।

**Q10 / C5 • Measure perpendicular distance**

|10 - (-5)|/5 = 3.

गुणांक पहले से समान हैं। दूरी 15/5 = 3 है।

**Q11 / C6 • Describe a family or locus**

Base 6 and height 5: area = 15 square units.

आधार 6 और ऊँचाई 5 है। क्षेत्रफल 6 × 5 / 2 = 15 वर्ग इकाई है।

**Q12 / C6 • Describe a family or locus**

Intersection is (3,1). The required line has slope 1/3: x - 3y = 0.

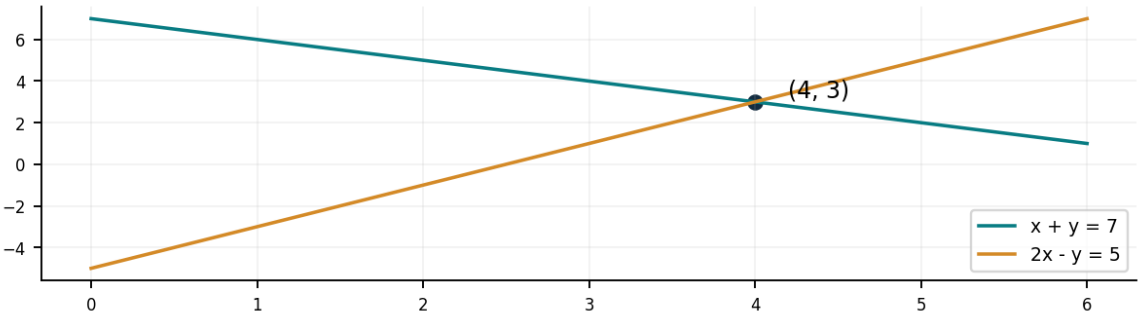
प्रतिच्छेद (3,1) है। मूलबिंदु से इसकी ढाल 1/3 है, इसलिए x - 3y = 0 है।

Correct? Explain why the method works. Incorrect? Mark the first step that changed the answer.

सही होने पर कारण समझाएँ। गलत होने पर पहली गलत क्रिया पहचानें और दोबारा हल करें।

CONNECT • संबंध समझें

# Visual review & extension




C4: solving both equations gives their shared point (4,3).

## Section and external division

For internal ratio AP:PB = m:n, P = (nA + mB)/(m + n). For external division use P = (mB - nA)/(m - n), with $m \neq n$.

## Angle bisectors

For intersecting lines $L_1 = A_1x + B_1y + C_1$ and $L_2 = A_2x + B_2y + C_2$, the two bisectors satisfy $L_1/\sqrt{(A_1^2 + B_1^2)} = \pm L_2/\sqrt{(A_2^2 + B_2^2)}$. They express equal perpendicular distances.

## Challenge

Find the foot of the perpendicular from (4,1) to x + y = 1. The perpendicular through (4,1) is y = x - 3. Intersection gives (2,-1); the distance is $2\sqrt{2}$.

विभाजन सूत्र में अनुपात और निर्देशांकों के भार उल्टे क्रम में आते हैं। कोण-समद्विभाजक पर दोनों रेखाओं से लंबवत दूरियाँ समान होती हैं। चुनौती में लंब रेखा y = x - 3 है; उसका प्रतिच्छेद (2,-1) और दूरी $2\sqrt{2}$ है।

SELF-CHECK / स्वयं जाँचें

Can you identify vertical lines before using a slope formula?

क्या आप मुख्य सूत्र की शर्त और एक सामान्य गलती अपने शब्दों में समझा सकते हैं?